

A matematika tanulásának támogatása a lépésenkénti megoldást segítő intelligens tutoráló rendszerekkel

Horváthné Hadobás Olga Erzsébet¹, Stoffa Veronika²

{¹hho, ²stoffa}@inf.elte.hu

ELTE IK

Absztrakt. A mesterséges intelligencia, a gépi tanulás és a szakértői rendszerek olyan informatikai eszközök, amelyek a hatásos egyéni tudásszerzés irányításában jelentős szerepet kapnak. Az intelligens tanulástámogató rendszerek (ITS) jellemzőit elemeztük és bemutatjuk a vizsgálat eredményeit. Ezek a rendszerek a feladatok végeredménye szerint értékelik a tanuló teljesítményét, és nincsenek tekintettel a részlegesen jó vagy az elvileg helyes, de elszámolt megoldásokra. Nem vizsgálják a megoldás során az egyes lépések helyességét és nem adnak segítséget az adott ponton a tanulónak. Arra keressük a választ, hogy ez a lépésenkénti támogatás hogyan adható meg a mesterséges intelligencia eszközeivel a tanulónak ahhoz hasonlóan, mintha egy igazi tanár segítené és irányítaná a tanulását. Milyen lehetőséget nyújt erre a mesterséges intelligencia alapú nyelvi modellek használata? Ugrásszerű fejlődésük megnyithatja-e az utat a tanuló lépésenkénti támogatásának eléréséhez? Bemutatjuk, hogy a ChatGPT különböző verziói hogyan alkalmazhatók erre a célra.

Kulcsszavak: mesterséges intelligencia, gépi tanulás, szakértői rendszerek, tudásrendszer, ITS, tudástér, nyelvi modellek

1. Bevezetés

A mesterséges intelligencia a számítógéppel és Internettel támogatott tudásszerzésben jelentős szerepet játszik. A strukturált szerkezetbe foglalt logikusan elrendezett tartalom, amely követi az ember tudásrendszerének felépítését, a tananyag kellő és hatásos prezentálási formája. A felhasználók egyéni tanulási stílusból kiindulva különböző úton és módon szereznek tudást és építik ki tudásrendszerüket. A hatásos egyéni tanulás irányításában fontos szerepet játszhat a tanulási keretrendszerbe beépített mesterséges intelligencia, pl. szakértői rendszer formájában [1].

Célunk a matematika tanulását olyan módon támogató ITS (*Intelligent Tutoring System*) intelligens szakértő rendszer modelljének megalkotása, és implementálása, amely:

- lépésenként ellenőrzi és támogatja a megoldás folyamatát,
- szabadon használható, interaktív módon, mesterséges intelligenciát alkalmazva,
- alkalmazkodik a felhasználó egyéni szükségleteihez,
- személyre szabott, differenciált oktatást nyújt,
- beazonosítja a tanuló tanulási stílusát, felméri a tanuló aktuális tudásszintjét,
- felismeri a kritikus pontokat és a jellemző hibákat,
- azonosítja a kulcspontokat, ahol a humán tanár beavatkozna (tudáskülönbség azonosítása),
- felismeri a beavatkozási lehetőségek közül a leginkább megfelelőt (visszacsatolás),
- közben figyelembe veszi a tanuló aktuális mentális és érzelmi állapotát,
- mérés és metrika alapján folyamatosan frissíti a modellt.

A cikk első része bemutatja a hazai és a nemzetközi gyakorlatban a középfokú és a felsőoktatásban legelterjedtebben alkalmazott ITS eszközök funkcionális jellemzőit. A második részben elemezzük néhány ITS eszköz alkalmazhatóságát a lépésenkénti tanulás támogatás szempontjából. Végül saját kísérleteink eredményeit mutatjuk be, megvizsgálva a mesterséges intelligencia alapú nyelvi modellek alkalmazását a tanulás lépésenkénti támogatásához. Következtetéseinket a cikk végén foglaljuk össze.

A hazai és a nemzetközi gyakorlatban a középfokú és a felsőoktatásban tesztek kiértékelése alapján működő intelligens szakértői rendszerek az oktatás kibernetikai modelljére épülnek [1]. A következő összefoglaló, értékelő cikkek alapján áttekinthetőek az ITS kutatásban elért nemzetközi eredmények [2, 3, 4, 5, 6, 20], amelyekből a matematika tanuláshoz kapcsolódóakat az alábbiakban elemezzük.

A hazai középiskolai matematika tanításában a kollégáim által használt online eszközökről készített kérdőíves felmérésünk szerint [27] mind a tanulók, mind a tanárok igénylik az informatikai technológiai és szakmódszertani támogatást a szemléltetésben, az órai önálló tanulói feladatmegoldás során és az otthoni gyakorlásban.

- A leggyakrabban használt alkalmazások: Geogebra, Redmenta, Kahoot.
- További ismert és alkalmazott eszközök: Wolfram Alpha, Photomath, Akriel, Sulinet Tudásbázis, Nemzeti Köznevelési Portál (NKP).
- Ismert, de nem általánosan használt matematika programcsomagok: Maple, Matlab, Derive, Mathematica, Cabri, Mathematica.

A tervezett lépésenkénti támogató modellünk illesztését egy már működő ITS rendszerhez tanulástámogató-rendszer (IMS – *Instructional Management System*) szabványok teszik lehetővé, amelyek célja oktatástechnológiai innovációk és nyílt forráskódú tartalmak fejlesztése. Ilyen a taneszközök interoperabilitására szolgáló (LTI – *Learning Tools Interoperability*) együttműködési (*connect, secure, exchange*) protokoll, amely SCORM/Common Cartridge kompatibilis tananyag-komponensek és tanulói adatok, eredmények cseréjét, megosztását teszi lehetővé (pl. ALEKS – Moodle integráció) [28]. Tanulói adatelemzést támogat a *Student Learning Data Modell* szabvány.

A szakmódszertani kísérletekhez szükséges ITS szakértői rendszer implementációjához mintaként vagy továbbfejlesztésre felhasználhatók nyílt forráskódú szoftverek pl. a Python alapú *Intelligent-Tutoring-System* [14], amely adatelemzést is tartalmaz. A szakértői rendszerek fejlesztéséhez használható a *PyKnow* Python könyvtár [15], amely a NASA fejlesztette C alapú CLIPS [16] mintájára készült.

Az *expert system shell* technikával a feladat megoldásához szükséges tudásbázis felépítésével a már implementált következtetési motor (*inference engine*) alkalmazható.

Megvizsgáltuk a következő hazai és nemzetközi gyakorlatban alkalmazott ITS rendszerek funkcionális jellemzőit, valamint ezeknek a matematika oktatásában való alkalmazhatóságát:

1. Moodle LMS-be (*Learning Management System*) épített adaptív tanulási rendszer [7, 17]
2. ALEKS (*Assessment and Learning in Knowledge Spaces*) [8, 9]
3. Carnegie Learning [10, 11]
4. PAT2Math (*Personal Affective Tutor to Math*) [12, 13]

1. A Moodle LMS-ben egy egyetemi matematikai alapkurzushoz készített adaptív (alkalmazkodó) tanulási rendszer felhasználása [7] a tanulási teljesítmény jelentős javulását mutatta. A szerzők a kognitív terhelés elméletet (*Cognitive Load Theory*) vették elméleti alapul és az *intrinsic* (belső), *extraneous* (külső) és a *germane* (konstruktív) kognitív terhelés vizsgálatára építettek. A belső kognitív terhelés az aktuális tanulási tartalomtól származik, a külső kognitív terhelést a kedvezőtlen oktatási körülmények okozzák és a konstruktív kognitív terhelést a hosszútávú memóriában az új sémák és a már meglévő-ekkel való összefüggések kialakítása eredményezi. Ezen három tényező egyénhez igazodó optimális beállításával javították a tanulási helyzetet. A feladatok nehézségét és ezek ajánlását úgy tervezték és

szabályozták, hogy azok eltérő részletezéssel és támogatással a legjobban segítsék az egyén tanulási folyamatát.

Vegyes tanulási forgatókönyvet használtak (részben tanári irányítás – részben önálló tanulás). Az adaptív tanulási folyamat során folyamatosan mérték a tanulók jellemzőit és aktuális tanulási teljesítményét, a méréseket összevetették a kívánt célértékekkel, majd tanítási műveleteket indítottak. Első forrásként előzetes tudástesztekkel felmérték a tanulók tudásszintjét. További forrás volt a részletes megoldási lépésekre bontott, valamint a nem részletezett megoldású standard és transzfer feladatok ajánlási rendszere (*Recommendation System*) alapján elért eredmények kiértékelése és a tanulási magatartás nyomon követése. Elemezték a tanulásmenedzsment rendszerben rögzített naplófájlok alapján a tanulók online tevékenységét.

A Moodle funkcionális lehetőségeire építve a *Systems for knowledge testing and assessment* (A tudás tesztelésére és értékelésére szolgáló rendszerek) publikációkban [17] áttekintettük a tudás tesztelésére szolgáló szoftverrendszerek különféle standard kérdéseinek és feladatainak típusait, alkalmazásuk lehetőségeit, elsősorban a paraméteres feladatokra fókuszálva különböző tantárgyakban. A publikáció számos példát mutat be, elemzi az egyes példák didaktikai értékét és jelentőségét az oktatási folyamatban, valamint rámutat a parametrikus feladatok, a megértéssel való tanulás és a mély tanulás közötti összefüggésekre. A Moodle funkcionális jellemzőit és ezek matematika oktatásában való alkalmazhatóságát Moodle-ban implementált geometria példákkal mutattuk be. A feladatképek GeoGebra környezetben készültek, szemléltetve, hogy két kompatibilis rendszer funkciói hogyan kombinálhatók és importálhatók egymásba.

2. Az ALEKS rendszer [8, 9] kognitív tudomány alapú, a Tudástér elméletre (*Knowledge Space Theory*) épül. Nagy adatmennyiséget (25 millió diák adatait) használó gépi tanulás alapján határozza meg a tanuló tudásszintjének helyét egy 10^{12} állapotból álló tudástérben. A tudásszint alapján határozza meg, hogy milyen új ismeret elsajátítására kész a tanuló. Az ALEKS gazdag matematikai anyagot tartalmaz.

Az egyénre szabott intelligens tutorálás első lépése a kezdeti tudásszint felmérése. Feladattípushoz illeszkedő tanulói beviteli eszközöket alkalmaz. Valós idejű visszajelzést és támogatást nyújt. Folyamatos tanulási és értékelési ciklusokra épülő működéssel az új témákat a tanuló tudástérbeli állapota alapján mesterséges intelligencia (MI) módszerek alkalmazásával választja ki. A „vészcsengő” funkció jelzi az elakadást. Részletes jellemzést ad a tanuló teljesítményéről és fejlődéséről.

Az adaptív tanulási folyamatban a megértést magyarázatokkal, példákkal és interaktív gyakorlatokkal támogatja. Az értékelési eredmények alapján azokra a területekre fókuszál, amelyek gyakorlásra szorulnak. A cél az adott területen egy „mesteri” jártasság kialakulása. Az önálló tanulási folyamatban rejlő veszélyek felismerése gépi tanulás alkalmazásával történik, pl. figyelmeztet alulmotiváltság észlelésekor, hogy elkerülje a tanuló kiesését.

3. A Carnegie Learning ITS széles körben alkalmazott az USA felső- és közoktatásában [10, 11]. Funkciói és tanulástámogató eszközei személyre szabott tanulást és intelligens tutorálást biztosítanak projektorientált tanulási folyamatokba szervezve. A háttérben adatalapú elemzések állnak. A rendszer támogatás ad a tanároknak és tartalommegosztással is segíti a tanulási folyamatokat.

4. A PAT2Math ITS egy szabályalapú szakértői rendszerre épülő lépésenkénti megoldást és ellenőrzést tud bemutatni az egyenletek megoldása témakörben [12,13]. Személyre szabott tanulást biztosít interaktív gyakorlatokkal. Haladáskövetés és értékelés alapján ad visszajelzéseket és javaslatokat a tanulónak. A leírt kísérlet alapján a rendszert használó tanulók statisztikailag magasabb eredményt értek el a hagyományos módszerrel tanuló társaikhoz képest.

2. Kísérletek a lépésenkénti tutorálás megvalósítására

A megvizsgált ITS rendszerek lehetőségeit kihasználva a tervezett lépésenkénti tutoráló modellünket modulként tervezzük beépíteni egy ilyen rendszerbe, ezzel bővíteni lehetőségeit s egyben növelni intelligenciáját (1. ábra). Az ITS a tanuló tudásszintjének felmérését, munkájának monitorizálását, előre haladásának értékelését, valamint az adaptív tanulási környezet biztosítását végzi el. A lépésről lépésre tutoráló modul a feladat megoldásának folyamatában segíti a tanulót és azonnali visszajelzést ad a válaszokról, a lépés helyességéről. Hibás megoldási lépés esetén azonnali figyelmeztetést és a hiba magyarázatát, valamint iránymutatást ad a tovább haladáshoz. További gyakorlási lehetőségeket is kínál a tanulónak az adott témában, az adott feladat szintjén. A paraméterezhető feladattípusok ezt lehetővé teszik.

Ennek megvalósításához megvizsgáltuk a széles körben alkalmazott, ingyenes hozzáférésű Moodle, GIFT, Qualtrics és CTAT rendszerek ilyen jellegű lehetőségeit, valamint az oktatásban jelenleg egyre nagyobb teret nyerő ChatGPT képességeinek beépítését a lépésenkénti tutoráló folyamatba.

- Moodle LMS
- GIFT (*Generalized Intelligent Framework for Tutoring*) [18] és Qualtrics [19]
- CTAT (*Cognitive Tutor Authoring Tools*) [20]
- ChatGPT integrálása [22, 23, 24, 25, 26]

2.1. A Moodle LMS

Elsőként a Moodle LMS-ben elkészítettük egy mintafeladat lépésenkénti tutorálását a *Moodle-Lesson* eszközeivel. A *Lesson*-nal egy gráf struktúrájú lépéssorozat állítható elő Page-ek sorozataként, ahol a lépések közti átmenetek feltételektől függenek. A *Lesson* célja elsősorban egy tananyag szemléletes, a multimédia eszközeit használó, interaktív bemutatása, ellenőrzési pontok beépítésével. Ezzel a módszerrel a tananyagfeldolgozás folyamata lineáris sorozat helyett elágazások és visszacsatolások rendszerévé tehető. A *Question Page*-ek nem tartalmazzák a *Quiz*-eknél megszokott számos paraméterezhető kérdéstípus beépítését, hanem a *survey* jelleg miatt csak hat egyszerű kérdés típust engednek meg. Ezeket nem lehet kombinálni, így nem lehet komplex kérdéseket összeállítani. Egy megoldási lehetőség egy *Quiz* beágyazása az egyszerű kérdéstípuson belül HTML kóddal egy kereten belül. Ezzel azonban az egész Moodle felület megjelenik a keretben, nem csak a kvíz releváns része. Meg lehet vizsgálni, hogy HTML programozással a Moodle-on belül ezt módosítható-e úgy, hogy megfelelő interaktív felület alakuljon ki a kvíz kérdéseinek megválaszolásánál és feladatainak megoldásánál.

2.2. A GIFT és Qualtrics

A GIFT (*Generalized Intelligent Framework for Tutoring*) ITS rendszerben egy mintafeladat megoldásának lépésenkénti tutorálását készítettük el [18]. A lépésről lépésre tutoráló modul a Qualtrics [19] rendszerben hoztuk létre, amely lehetővé teszi, hogy interaktív és testreszabott tudás felméréseket és kérdőíveket készítsünk. A platform számos kérdéstípust és formátumot támogat, beleértve a skálázási, választási, nyitott végű és mátrixos kérdéseket is. Nagyon hasonlít a Moodle-Lesson felépítéséhez, az oldalak, blokkok, átirányítások és kérdéstípusok tekintetében. Előnye, hogy *Survey flow* nézetben az elkészített folyamatokra jól áttekinthető. A megengedett kérdéstípusok azonban nem teszik lehetővé a beolvasott válasz megfelelő formátumát, így nem tudtuk a kitűzött cél elérésére felhasználni.

2.3. A CTAT

A CTAT (*Cognitive Tutor Authoring Tools*) mintapélda követő (példakövető) oktató rendszer [20], [21] lépésről lépésre ad útmutatást az összetett feladatokhoz, miközben több tanulói stratégiát is felismer, és fenntartja a tanulói gondolatmenetek többféle értelmezését.

A rendszerben van belső hurok, azaz a feladaton belüli útmutatást ad, nem csak a feladatmegoldás végi visszacsatolást. A CTAT használatával példakövető oktató rendszer programozási ismeretek nélkül is létrehozható. A tanár egy oktatói felületet hoz létre *drag-and-drop* technikával, majd leírja a tanítandó feladatmegoldó stratégiákat. Ezek a stratégiák gondolatmeneti gráfokban (*behavior graph*) vannak rögzítve, amelyek könnyen szerkeszthetők és általánosíthatók.

Példakövető oktató rendszer fejlesztésének lépései a CTAT segítségével: 1) az oktatási célok meghatározása, 2) a feladat típusok és azon feladatok azonosítása, amelyekhez támogatást adunk, 3) kognitív feladatelemzés végrehajtása, nehézségi tényezők elemzése, 4) oktató rendszer megtervezése és fejlesztése először az interfész tervezésével és létrehozásával, ezután a feladat típusokra a gondolatmeneti gráf létrehozása (ebben a helyes és helytelen gondolatmenetek leírásra kerülnek), a gondolatmeneti gráf általánosítása, sablon alapú módszer alkalmazása, hogy több feladat létrehozható legyen izomorf gondolatmeneti gráfokkal, és végül a tananyag szervezése, tananyagfájlok létrehozása. A munka végén a prototípus verziójának telepítése, kísérleti teszt futtatása, végleges verzió elkészítése történik [20].

A cikk bemutatja példaként egy másodfokú polinom szorzattá alakítása során alkalmazott *Authoring Tool* és *behavior graph* eszközöket. Ez az eredmény áll a legközelebb a célkitűzéseinkhez, ezért a CTAT fogalomrendszere, modellje és működése további részletes elemzés tárgya marad.

2.4. A ChatGPT

A ChatGPT lehetőségeinek felhasználását a lépésenkénti interaktív matematikai tutorálásban a nyelvi modellek elmúlt hónapokban tapasztalt óriási fejlődése indokolja.

Teszteltük a ChatGPT3, a ChatGPT4 nyelvi modelleket, hogy felmérjük alkalmasságukat szöveges feladatok és koordináta geometriai feladatok megoldására. A ChatGPT4 már lehetővé teszi a Wolfram Alpha csatlakoztatását, ezért megvizsgáltuk, hogy együttműködésük hogyan alkalmazható olyan ITS modellként, amely lépésenként támogatja a tanulót a megoldás menetében, felhívja a figyelmet a hibás lépésekre és kérésre javaslatot tesz a megoldás következő lépésére ahelyett, hogy egyből közölné a feladat teljes megoldási menetét.

ChatGPT3 tesztelésekor a feladatok megoldása során számos tévesztést tapasztaltunk. Tárgyi tévedések, zárójelfelbontási hibák, egyenletfelírási nehézségek és sikertelenségek jellemezték a kísérleteket. A szöveges feladatra felírt egyenleteink helyességének értékelésére képes volt a GPT3, de önállóan a szöveg értelmezésével nem tudta az egyenletek egy részét hibátlanul felírni.

Koordináta geometriai feladatok megoldásakor először adtunk egy megoldási mintát a GPT3-nak, majd ez alapján más értékekkel elindulva kértük, hogy ő támogassa lépésenként az én megoldási folyamatomat, mintha egy tanuló lennék, aki ellenőrzésre és segítségre szorul. A GPT3 nem volt képes az egyes általam beírt megoldási lépések elemzésére, hanem segítségként rendre végig leírta a teljes hátralévő megoldási menetet. Erőfeszítéseink ellenére a GPT3 nem bizonyult a céljainkra alkalmas eszköznek.

A ChatGPT4 már képes volt helyes egyenletek felírására és azok hibátlan megoldására, alkalmas volt a megoldás lépésenkénti értékelésére, de elvégzett próbák során tapasztaltunk értelmezési problémákat, valamint téves szabály alkalmazását például egy koordináta geometria feladat során. A Wolfram Alpha (WA) matematikai csomaggal kibővítve, ennek a GPT4 által történő szabatos alkalmazásával minimálisra csökkent a matematikai hibák száma. Néhány tévedés ekkor is adódott, mint kiderült a WA megkérdezése előtt a GPT4 hibás értelmezése miatt. Például egy intervallumos feladat megoldásakor a GPT4 egy nyitott intervallumot zártként értelmezett, és ezzel a hibás értelmezéssel fordul a WA-hoz. Meglepő volt a nullával való osztás műveletének magyarázata is, amely nem középiskolás szinten történt, szintén a WA mellőzésével.

A próbák után a ChatGPT4 elfogadta azt az utasítást, hogy a matematikai kérdéseket ne értelmezze önállóan, hanem azonnal a WA-hoz forduljon és onnan szerezze be a válaszokat. Ezzel sikerült

elkerülni a hibás értelmezésekből adódó fent leírt problémákat. Az intelligens lépésenkénti támogatást úgy sikerült elérni az adott típusú feladatok esetén, hogy minden egyes megoldási lépés beírása után azonnal a WA-tól kaptuk meg az értékelést. Lásd az alábbi példákat, ahol a beszélgetés részletekben aláhúzással jelöltem be az észlelt hibákat.

2.4.1. A ChatGPT3 tesztelése

MA = Matematika tanár

1. példa: **Tárgyi tévedés:** „a békáknak nincs lábuk”.

MA Egy állatkertben kígyók, békák és gólyák vannak. Összesen 13 fejük van. Az állatok lába összesen 4-gyel több, mint a gólyák számának 3-szorosa. Melyik állatból hány van?

ChatGPT3

Legyen x a kígyók száma, y a békák száma és z a gólyák száma az állatkertben. A feladat szerint az állatoknak összesen 13 fejük van, tehát az egyenletünk:

$$x + y + z = 13 \quad (1)$$

Továbbá azt is tudjuk, hogy az állatok lábainak száma összesen 4-gyel több, mint a gólyák számának 3-szorosa. Mivel a kígyóknak és a békáknak nincs lábuk, az egyenletünk a lábak számára:

$$0x + 0y + 2z = 3z + 4 \quad (2)$$

MA A kígyónak nincs lába, a békának 4 lába van, a gólyának 2 lába van.

ChatGPT3

Elnézést a korábbi félreértésért. Most már világosak az állatok lábainak száma.

2. példa: **Értelmezési probléma és hibás egyenlet felírása:** a 4-gyel több reláció hibás értelmezése hibás egyenletfelírást eredményezett.

ChatGPT3

Továbbá tudjuk, hogy a tyúkoknak 4-gyel több lábuk van összesen, mint a nyulaknak. Mivel a nyulaknak négy lába van, a tyúkok lábainak száma $t * 2 + n * 4$:

$$t * 2 + n * 4 = (t + n) * 2 + n * 4 = 2t + 2n + 4n = 2t + 6n$$

3. példa: **Hibás zárójelfelbontás:** a zárójelben lévő második tagot nem szorozta meg 2-vel.

ChatGPT3

Most kifejtjük és egyszerűsítjük az egyenletet:

$$68 - 4y + 2y = 2(34 - 2y + y)$$

$$68 - 2y = 68 - 2y + 2y$$

$$68 - 2y = 68$$

2.4.2. A ChatGPT4 tesztelése

1. példa: **Értelmezési probléma:** a helyesen leírt egyenlet és a leírt szöveg közötti ellentmondást tévesen értékelte, és az egyenletet nevezte meg hibásnak. A második állítást már jól értelmezte.

MA $4x = 2y - 4$ mert a $2y$ 4-gyel kevesebb, mint a $4x$.

ChatGPT4

Van egy kis hiba az egyenletedben. A feladat szerint a tyúkoknak összesen 4-gyel több lába van, mint a nyulaknak. Tehát a helyes egyenlet a következőképpen néz ki:

$$2y = 4x + 4$$

Kérlek, javítsd ezt az egyenletet, és folytathatod a következő lépéssel.

MA

$4x = 2y - 4$, mert a $2y$ 4-gyel több, mint a $4x$.

ChatGPT4

Igen, most helyes az egyenleted. A tyúkoknak összesen 4-gyel több lába van, mint a nyulaknak, tehát $4x = 2y - 4$.

Folytathatod a következő lépéssel.

2. példa: Hibás szabály alkalmazása: hibás állítás, hogy merőleges vektorok komponensei szorzatának -1 -nek kell lennie. Az ezt követő párbeszédben jeleztem ezt a hibát, ami után a GPT4 elnézést kérve 0 -ra módosította a szorzat értékét.

MA

Adott egy egyenes irányvektora $v(-3; 2)$ és az egyenes átmegy az $A(1;4)$ ponton. Fel kell írni az egyenes egyenletét. Akkor most ezt én megoldom lépésenként, te pedig ellenőrizd a lépéseket. Az egyenes normál vektora $n(2;3)$ lesz.

ChatGPT4

Hiba van ebben a lépésben. Az egyenes normál vektora nem $n(2;3)$. A normál vektor és az irányvektor merőlegesek egymásra. Ha az irányvektor $v(-3;2)$, akkor a normál vektor komponenseinek szorzata az irányvektor komponenseivel **-1 -nek kell lennie.**

Próbáld meg újra meghatározni a normál vektort!

2.4.3. ChatGPT4 és Wolfram Alpha összekapcsolása

1. példa: WA segítségével hibátlanul megoldott szöveges feladat

MA

Írj fel két egyenletet a következő szöveges feladatra: a nyulaknak és tyúkoknak összesen 17 fejük van. A tyúkoknak összesen 4-gyel több lába van, mint a nyulak lábái összesen.

ChatGPT4

Used Wolfram

A feladat alapján állítsuk fel a két egyenletet:

Legyen x a nyulak száma és y a tyúkok száma.

1. Egyenlet (fejek száma alapján): Minden állatnak egy feje van, tehát: $x + y = 17$ (1)

2. Egyenlet (lábak száma alapján): Minden nyúlnak 4 lába van, és minden tyúknak 2 lába van. A feladat szerint a tyúkoknak összesen 4-gyel több lába van, mint a nyulaknak. Tehát: $2y = 4x + 4$
Ez átrendezve: $2y - 4x = 4$ (2) Ez a két egyenlet írja le a szöveges feladatot.

MA

Oldd meg az egyenletrendszer, lépésenként magyarázd el a megoldást.

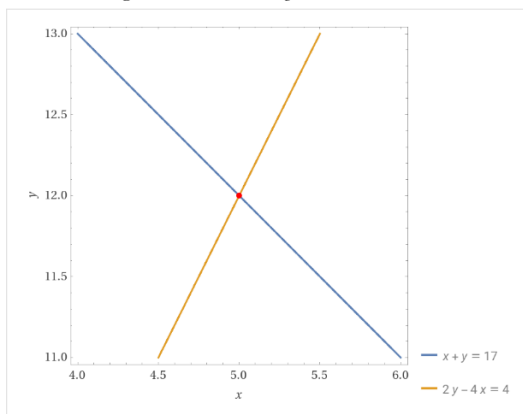
ChatGPT4

Used Wolfram

A két egyenletet a következőképpen oldjuk meg:

1. Egyenletek: $x + y = 17$ (1) $2y - 4x = 4$ (2)

2. Az (1) egyenletből: $y = 17 - x$ (3)
 3. Helyettesítsük be az (3) egyenletet az (2)-be: $2(17-x) - 4x = 4$; $34 - 2x - 4x = 4$;
 $34 - 6x = 4$; $-6x = -30$; $x = 5$
 4. Helyettesítsük be az $x = 5$ értéket az (1) egyenletbe: $5 + y = 17$; $y = 12$
- Tehát a megoldás: $x = 5$ és $y = 12$.



Az ábrán látható, hogy a két egyenes metszéspontja a megoldás.

2. példa: Lépésenkénti tutorálás megvalósítása a WA segítségével: koordináta geometria, egyenes egyenletének felírása.

MA

Kezdjük el egy másik feladat megoldását! Egy egyenes átmegy az A(-1;2) és a B(3;4) pontokon. fel kell írni az egyenes egyenletét. Megoldom, és ellenőrizd a lépéseim helyességét.

ChatGPT4

Rendben! Kezd el a megoldást lépésenként, és én ellenőrzöm minden lépésnél. Ha minden rendben van, akkor tovább haladhatsz a következő lépésre. Ha hibát találok, felhívom rá a figyelmedet.

Kezdjük!

MA

Az irányvektor $v(-1-3;2-4)$ vagyis $v(-4;-2)$ lesz.

ChatGPT4

Used Wolfram

Az általad számított irányvektor, $v(-4;-2)$, helyes. Az A és B pontok koordinátáinak különbségével jól számoltad ki az irányvektort. Tehát az irányvektorod helyes. Folytathatod a következő lépéssel!

MA

A normálvektor $n(-2;4)$ lesz.

ChatGPT4

Used Wolfram

Az általad megadott normálvektor, $n(-2;4)$, valóban merőleges az irányvektorra $v(-4;-2)$, mivel a két vektor skaláris szorzata 0, ami azt jelenti, hogy a két vektor ortogonális (merőleges).

Tehát a normálvektorod helyes. Folytathatod a következő lépéssel!

MA

Az egyenes egyenlete $-2x + 4y = -2 \cdot 3 + 4 \cdot 4$ lesz, a jobboldali számot ki fogom számolni, ha eddig jó.

ChatGPT4

Used Wolfram

Az általad megadott egyenlet jobb oldala $-2 \times 3 + 4 \times 4 = 10$.

Tehát az egyenes egyenlete: $-2x + 4y = 10$.

Eddig minden rendben van. Folytathatod a jobb oldal kiszámolásával!

MA

Csak arra használd a Wolfram Alphát, hogy ellenőrizd a lépésem helyességét. Ne közöld velem a feladat további lépéseinek megoldását, mert ezeket is én akarom kitalálni.

ChatGPT4

Rendben, megértettem. Csak az általad közölt lépések helyességét ellenőrzöm a Wolfram Alpha segítségével, és nem adok további információt vagy megoldást. Folytasd a megoldást, és én csak ellenőrzöm a lépéseidet.

MA

Próbáljuk ezt meg újra: egy egyenes normál vektora $n(4; -1)$ és átmegy a $P(-2; 3)$ ponton. Az egyenlete $4x - 1y = 4 \cdot (-2) - 1 \cdot 3$ és innen én folytatom, ha eddig jó.

ChatGPT4

Used Wolfram

Az általad megadott egyenes egyenletének jobb oldala $4 \times (-2) - 1 \times 3$.

Eddig minden rendben van. Folytathatod a megoldást!

MA

Az egyenes egyenlete így $4x - y = -8 - 3 = -11$

ChatGPT4

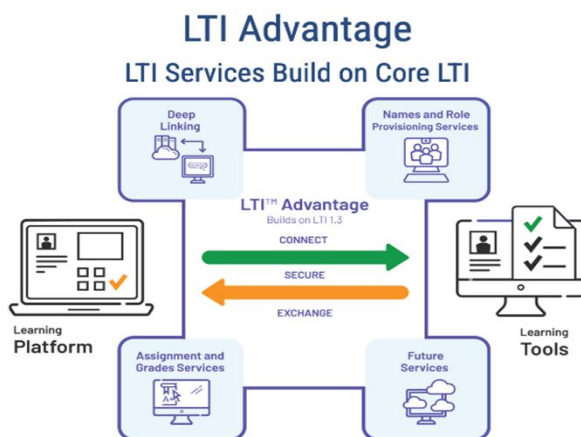
Used Wolfram

Az általad levezetett egyenes egyenlete, $4x - y = -11$, helyes.

3. Összegzés

A célkitűzéseinkhez legközelebb a CTAT rendszer áll, ezért a CTAT fogalomrendszere, modellje és működése kutatásainkban további részletes elemzés tárgya lesz. Az *Authoring Tool* és *behavior graph* eszközökkel ellátott példakövető rendszer felkonfigurálása egy adott tudásterületre olyan nagy mennyiségű adatbevitelt és munkaidőt igényel, ami kérdésessé teszi a rendszer hatékony alkalmazását.

A nyelvi modellek felhasználása a lépésenkénti tanulástámogatáshoz nagyon ígéretesnek látszik. Tapasztalataink szerint a ChatGPT3 esetén még bizonytalanul működtek az alkalmazási kísérletek, de a ChatGPT4, különösen a Wolfram Alpha bővítménnyel hibátlanul megoldotta a matematikai feladatokat és ez a fúzió megfelelő alapot adhat a megoldás lépésenkénti támogatásához egy ITS rendszer egyik komponensként. Az együttműködést a következő ábra szemlélteti (1.ábra).



1. ábra: Learning Tools Interoperability [28]

A kiválasztott Learning Platform egy ITS rendszer (pl. az ALEKS vagy a Carnegie Learning) lehet és a lépésenkénti támogatást adó komponens egy Learning Tools. Ezen komponensek LTI protokollal cserélhetnek információt.

Az ITS küldi a feladatot és a diák azonosítását szolgáló adatokat, a lépésenkénti megoldást támogató komponens pedig válaszol azzal az értékeléssel, hogy a megoldás hogyan sikerült. Az értékeléshez figyelembe veszi, hogy a megoldáshoz mennyi segítség kellett, sikerült-e egyáltalán, részben helyes megoldás vagy teljes megoldás született-e, mennyi volt a megoldás teljes időtartama és további releváns szempontokat is belevesz az értékelésbe.

Ha egy LLM (*Large Language Model*) alapú rendszer (pl. a ChatGPT4 + Wolfram Alpha) a lépésenkénti megoldást támogató rendszer motorja, akkor ehhez kell egy olyan interfész, amely magában foglalja a ChatGPT prompt-jait előállító és a tanulói interakciót támogató modellt, illetve az LTI protokollt alkalmazza az ITS-sel folytatott kommunikációhoz. Ennek a modellnek a megtervezése, implementációja és szakmódszertani szempontból való értékelése további feladat.

Irodalom

1. Stoffová, V.: *Conceptual cybernetic model of teaching and learning*. In: Mathematical modeling: international scientific journal. - ISSN 2535-0986. - Roč. 1, č. 2 (2017), s. 80-83.
2. Alkhatlan, A., Kalita, J.K.: *Intelligent Tutoring Systems: A Comprehensive Historical Survey with Recent Developments*, arXiv:1812.09628, 31 pages, (December 2018).
3. Schiff, D.: *Out of the laboratory and into the classroom: the future of artificial intelligence in education*. AI & Soc 36, 331–348, <https://doi.org/10.1007/s00146-020-01033-8>, (2021).
4. Andrea Kulkarn: *AI in Education: Where is It Now and What is the Future?* <https://www.lexalytics.com/lexablog/ai-in-education-present-future-ethics>, September 6, 2019.
5. Ekaterina Kochmar, Dung Do Vu, Robert Belfer, Varun Gupta, Iulian Vlad Serban, Joelle Pineau: *Automated Data-Driven Generation of Personalized Pedagogical Interventions in Intelligent Tutoring Systems*, International Journal of Artificial Intelligence in Education 32:323–349, (2022)
6. Doignon, J-P., Falmagne, J-C.: *Knowledge Spaces and Learning Spaces*, arXiv:1511.06757, 54 pages, (2015).
7. Matthias Holthaus, Tansu Pancar, Per Bergamin: *Recommendation Acceptance in a Simple Adaptive Learning System*, 2019.

8. Mills, N.J.D.: *ALEKS constructs as predictors of high school mathematics achievement for struggling students*, Heliyon, Volume 7, Issue 6, 2021, ISSN 2405-8440, 13 pages (2021).
9. ALEKS - *Adaptive Learning and Assessment for Math, Chemistry, Statistics and More*, <https://www.aleks.com>
10. Ritter, S.: *The Research Behind The Carnegie Learning Math Series*. <https://cdn.carnegielearning.com/assets/research/research-behind-carnegie-learning-math-series.pdf>
11. Carnegie Learning K-12 Education Solution Provider, <https://www.carnegielearning.com>
12. Jaques, P.A, Seffrin, H., Rubi, G., de Morais, F., Ghilardi, C., Bittencourt, I.I., Isotani, S.: *Rule-based expert systems to support step-by-step guidance in algebraic problem solving: The case of the tutor PAT2Math*, Expert Systems with Applications, Volume 40, Issue 14, 2013, pp. 5456-5465.
13. PAT2Math - Personal Affective Tutor to Math, <http://pat2math.unisinis.br>
14. Intelligent-Tutoring-System, <https://github.com/Darunaru/Intelligent-Tutoring-System>
15. PyKnow: Expert Systems for Python, <https://github.com/buguroo/pyknow>
16. CLIPS: A Tool for Building Expert Systems, NASA's Johnson Space Center, <http://clipsrules.sourceforge.net>
17. V. Stoffova, O. Horváthné Hadobás: *System for knowledge testing and assessment*. In EDULEARN22 Proceedings, 14th International Conference on Education and New Learning Technologies, Palma, Spain. 4-6 July, 2022., ISBN: 978-84-09-42484-9, ISSN: 2340-1117, doi: 10.21125/edulearn.2022, pp. 7642-7651
18. Sottolare, R., & Goldberg, B. (2012). *Designing adaptive computer-based tutoring systems to accelerate learning and facilitate retention*. *Cognitive Technology*, 17(1), 19-33.
19. <https://www.qualtrics.com/>
20. Alevén, V., McLaren, B. M., Sewall, J., & Koedinger, K. R. (2009). *A new paradigm for intelligent tutoring systems: Example-tracing tutors*. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 19(2), 105-154.
21. Dermeval, D., Paiva, R., Bittencourt, I. I., Vassileva, J., & Borges, D. (2018). *Authoring tools for designing intelligent tutoring systems: a systematic review of the literature*. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 28, 336-384.
22. Liang, Z., Yu, W., Rajpurohit, T., Clark, P., Zhang, X., & Kaylan, A. (2023). *Let GPT be a Math Tutor: Teaching Math Word Problem Solvers with Customized Exercise Generation*. arXiv preprint arXiv:2305.14386.
23. Wei, J., Wang, X., Schuurmans, D., Bosma, M., Xia, F., Chi, E., ... & Zhou, D. (2022). *Chain-of-thought prompting elicits reasoning in large language models*. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 35, 24824-24837.
24. Namgyu Ho, Laura Schmid, Se-Young Yun (2023). *Large Language Models Are Reasoning Teachers*. arXiv:2212.10071v2 [cs.CL] <https://doi.org/10.48550/arXiv.2212.10071>
25. MathGPTPro: <https://mathgptpro.com/>
26. Wolfram Alpha: <https://www.wolframalpha.com/>
27. Horváthné Hadobás Olga: *Kérdőíves felmérés az online eszközök alkalmazásáról a matematika tanításában*: <https://docs.google.com/forms/d/1mWsQC5A9htDFv3jvpiYIPusve5E7o9Fp2iHXCIvgFU/edit>
28. <https://www.imsglobal.org/activity/learning-tools-interopability-lti>